Национальная академия наук Беларуси
Труды Института математики НАН Беларуси. 2026. Том 34. № 1s. С. 75–80

УДК 517.928 https://doi.org/10.67268/1812-5093-2026-34-1s-75–80
EDN: YQXNVP

УСТОЙЧИВОСТЬ СИСТЕМ СТАЦИОНАРНЫХ ЛИНЕЙНЫХ СТОХАСТИЧЕСКИХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ, УПРАВЛЯЕМЫХ ГРУБЫМИ ТРАЕКТОРИЯМИ С ПОКАЗАТЕЛЯМИ ГЕЛЬДЕРА, БОЛЬШИМИ 1/3

М. М. Васьковский, М. Ю. Зорько

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь
e-mail: vaskovskii@bsu.by, matwejzorka2005@gmail.com

Поступила: 03.07.2026 **Исправлена:** 22.09.2026 **Принята:** 14.10.2026

Ключевые слова: грубая траектория, гельдеровская функция, устойчивость по Ляпунову, асимптотическая устойчивость, дробное броуновское движение

Аннотация. В статье доказаны критерии устойчивости и асимптотической устойчивости линейных систем дифференциальных уравнений, управляемых грубыми траекториями с показателями Гельдера, большими 1/3. Получены достаточные условия устойчивости по вероятности и асимптотической устойчивости по вероятности линейных систем стохастических дифференциальных уравнений, управляемых грубыми траекториями с показателями Гельдера, большими 1/3.

STABILITY OF STATIONARY LINEAR STOCHASTIC DIFFERENTIAL SYSTEMS CONTROLLED BY ROUGH PATHS WITH HOLDER EXPONENTS GREATER THAN 1/3

M. M. Vaskouski, M. Y. Zorka

Belarusian State University, Minsk, Belarus
e-mail: vaskovskii@bsu.by, matwejzorka2005@gmail.com

Received: 03.07.2026 **Revised:** 22.09.2026 **Accepted:** 14.10.2026

Keywords: rough path, Holder function, Lyapunov stability, asymptotic stability, fractional Brownian motion

Abstract. There are proved stability and asymptotic stability criteria for linear rough path differential systems controlled by rough signals with Holder exponent greater than 1/3. We obtain sufficient conditions of stability in probability and asymptotic stability in probability of stochastic linear rough path differential equations controlled by rough signals with Holder exponent greater than 1/3.

1. Введение

В настоящей работе исследуем проблему устойчивости по Ляпунову решений стационарных линейных дифференциальных систем

$$dY_t = AY_t dX_t,\ t \geqslant 0,\ Y = (Y_t)_{t\geqslant 0},\ Y_t \in \mathbb{R}^n, \tag{1}$$

где A – постоянная $(n \times n)$-матрица, а X_t – скалярная α-гельдеровская функция (или случайный процесс, траектории которого являются α-гельдеровскими). Поскольку отображение X не является дифференцируемым, вообще говоря, уравнение (1) следует понимать в смысле соответствующего интегрального уравнения

$$Y_t = Y_0 + \int_0^t AY_\tau dX_\tau. \tag{2}$$

Отметим, что в случае $\alpha \leqslant \frac{1}{2}$ интеграл в правой части (2) не может быть интерпретирован как интеграл Римана–Стилтьеса в виду недостаточной гладкости подынтегральной функции. В настоящей статье мы изучаем случай $\alpha > \frac{1}{3}$ и опираемся на разработанную на стыке XX и XXI веков теорию грубых траекторий [1; 2].

Несмотря на то что общая теория дифференциальных и стохастических дифференциальных уравнений, управляемых α-гельдеровскими грубыми траекториями при $\alpha > \frac{1}{3}$, в целом построена [3; 4], асимптотические свойства решений, в частности, вопросы устойчивости, мало изучены до настоящего времени. Это обстоятельство можно объяснить тем фактом, что для дифференциальных

уравнений, управляемых грубыми траекториями, известные методы исследования устойчивости не работают или дают слабые результаты. И даже в случае линейных систем с постоянными коэффициентами проблема остается открытой.

В статье [5] была исследована проблема устойчивости решений одномерных дифференциальных и стохастических дифференциальных уравнений, управляемых грубой траекторией с произвольным положительным показателем Гельдера. Это стало возможным благодаря тому, что была найдена явная формула для решений таких уравнений через решения соответствующих обыкновенных дифференциальных уравнений. В настоящей статье развивается этот подход. Для уравнения (2) находим явную формулу решений, что позволяет для детерминированной системы (2) получить критерии устойчивости и асимптотической устойчивости, аналогичные известным критериям для систем стационарных линейных дифференциальных систем, а для стохастической системы (2) получить явные достаточные условия устойчивости по вероятности и асимптотической устойчивости по вероятности.

Также отметим недавнюю работу [6], посвященную исследованию устойчивости нелинейных дифференциальных уравнений, управляемых грубыми траекториями. В данной работе на основе методов дискретизации и техники Досс–Суссмана разработан аналог метода функций Ляпунова исследования устойчивости. Тем не менее, построение функций Ляпунова для конкретных систем и получение явных результатов об устойчивости представляет нетривиальную задачу даже для линейных систем.

2. Устойчивость детерминированных систем

Пусть $\alpha \in (\frac{1}{3}, \frac{1}{2}]$, $3 > p > \frac{1}{\alpha}$. Рассмотрим скалярную α-гельдеровскую функцию X_t, определенную на промежутке $[0, +\infty)$. Следуя [5], построим геометрическую грубую траекторию $\mathbf{X} = (X, \mathbb{X})$ над X, где $\mathbb{X}_{s,t} = \frac{(X_t - X_s)^2}{2}$. Согласно [7] существует последовательность непрерывных кусочно-линейных функций X_m, которые сходятся к X по метрике p-вариации. Определим последовательность сглаженных грубых траекторий $\mathbf{X}_m = (X_m, \mathbb{X}_m)$, где $\mathbb{X}_{m,s,t} = \frac{(X_m(t) - X_m(s))^2}{2}$.

Пусть A – постоянная $(n \times n)$-матрица над полем $\mathbb{R}$. Рассмотрим линейное дифференциальное уравнение, управляемое грубой траекторией $\mathbf{X}$:

$$dY_t = AY_t d\mathbf{X}_t, \quad t \in [0; +\infty). \tag{3}$$

Определение 2.1. Решением уравнения (3) будем называть такое отображение (Y_t, Y_t'), что при любом $T > 0$ сужение этого отображения на отрезок $[0, T]$ есть элемент пространства $\mathcal{D}_X^{2\alpha}([0,T], \mathbb{R}^n)$ [3], $Y_t' = AY_t$ и выполнено следующее интегральное соотношение:

$$Y_t = Y_0 + \int_0^t AY_s d\mathbf{X}_s.$$

Решение уравнения (3) с начальным условием $Y_0 = \xi$ называется единственным, если для двух решений (Y_t, Y_t'), (Z_t, Z_t') уравнения (3) с начальным условием $Y_0 = \xi$ выполняется $Y_t = Z_t$, $Y_t' = Z_t'$ для любых $t \geqslant 0$.

Предложение 2.2. *Для любого $\xi \in \mathbb{R}^n$ уравнение* (3) *с начальным условием $Y_0 = \xi$ имеет единственное решение (Y_t, Y_t') и*

$$Y_t = \exp(AX_{0,t})\xi$$

для любого $t \geqslant 0$, где $X_{0,t} = X_t - X_0$.

Доказательство. Существование и единственность решения (Y_t, Y_t') в пространстве $\mathcal{D}_X^{2\alpha}$ установлено в [3, глава 8]. Согласно [8, теорема 4.5] последовательность Y_m решений уравнений $dY_m(t) = AY_m(t)dX_m(t)$ с начальным условием $Y_m(0) = \xi$ сходится к некоторому $\widetilde{Y}$ по метрике p-вариации. Как показано в [3, глава 8], $(\widetilde{Y}_t, \widetilde{Y}_t') = (Y_t, Y_t')$.

Покажем, что $Y_t = \exp(AX_{0,t})\xi$ является решением уравнения (3).

Зафиксируем произвольное $T > 0$. Возьмем произвольное m и обозначим $X_m(t) = x_t$. Докажем, что выполняется следующее соотношение:

$$e^{Ax_t - Ax_0} = E + A\int_0^t e^{Ax_\tau - Ax_0} dx_\tau. \tag{4}$$

Имеем

$$A\int_0^t e^{Ax_\tau - Ax_0} dx_\tau = e^{-Ax_0}\int_0^t \sum_{k=0}^{\infty} \frac{A^{k+1}x_\tau^k}{k!} dx_\tau = e^{-Ax_0}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{A^{k+1}}{k!}\int_0^t x_\tau^k dx_\tau =$$

$$= e^{-Ax_0}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{A^{k+1}(x_t^{k+1} - x_0^{k+1})}{(k+1)!} = e^{-Ax_0}(e^{Ax_t} - e^{Ax_0}) = e^{Ax_t - Ax_0} - E.$$

Пусть $\mathbf{X}_m = (X_m, \mathbb{X}_m)$ – каноническая грубая траектория над X_m. Тогда для любого $y_0 \in \mathbb{R}^n$ имеем

$$A\int_0^t e^{AX_m(\tau) - AX_m(0)} y_0 dX_m(\tau) = A\int_0^t e^{AX_m(\tau) - AX_m(0)} y_0 d\mathbf{X}_m(\tau). \tag{5}$$

Из соотношений (4) и (5) вытекает, что функция $Y_m(t) = e^{AX_m(t) - AX_m(0)} y_0$ является решением уравнения $dY_m(t) = AY_m(t)d\mathbf{X}_m(t)$ с начальным условием $Y_m(0) = y_0$, где $Y_m' = AY_m$, $Y_m'' = A^2 Y_m$. Так как (Y_m, Y_m') сходится по метрике p-вариации к решению (Y, Y') уравнения $dY(t) = AY(t)d\mathbf{X}(t)$ с начальным условием $Y(0) = y_0$, то

$$Y(t) = e^{AX_t - AX_0} y_0,$$

что и требовалось доказать. □

Определение 2.3. Нулевое решение уравнения (3) называется *устойчивым по Ляпунову*, если для любого $\varepsilon > 0$ существует такое $\delta_\varepsilon > 0$, что для любого $\xi \in \mathbb{R}^n$, удовлетворяющего условию $\|\xi\| < \delta_\varepsilon$, выполнено $\sup\limits_{t \geqslant 0} \|Y_t\| < \varepsilon$, где (Y_t, Y_t') – решение уравнения (3) с начальным условием $Y_0 = \xi$.

Определение 2.4. Нулевое решение уравнения (3) называется *асимптотически устойчивым*, если оно устойчиво по Ляпунову и существует такое $\delta > 0$, что для любого $\xi \in \mathbb{R}^n$, удовлетворяющего условию $\|\xi\| < \delta$, выполнено $\lim\limits_{t \to \infty} \|Y_t\| = 0$, где (Y_t, Y_t') – решение уравнения (3) с начальным условием $Y_0 = \xi$.

Теорема 2.5. *Предположим,* $\lim\limits_{t \to \infty} X_t = +\infty$. *Тогда нулевое решение уравнения* (3) *асимптотически устойчиво, если и только если действительные части всех собственных значений матрицы A отрицательные.*

Доказательство. Для доказательства рассмотрим отклонение решений возмущенной и невозмущенной задач Коши:

$$\rho(t, \xi) = \left\| \exp(AX_{0,t})\xi \right\|.$$

По свойству экспоненты, если $A = S^{-1}JS$ – жорданова нормальная форма матрицы A для некоторой невырожденной матрицы S, то $\exp(AX_{0,t}) = S^{-1}\exp(JX_{0,t})S$, поэтому для асиптотической устойчивости необходимо и достаточно, чтобы $\lim\limits_{t \to +\infty} \|\exp(J_\lambda X_{0,t})\| = 0$, где λ – произвольное собственное значение A, а J_λ – произвольная соответствующая ему клетка Жордана матрицы J. Обозначим через m размер J_λ. Тогда

$$\exp(J_\lambda X_{0,t}) = e^{\lambda X_t}\begin{pmatrix} 1 & X_{0,t} & \frac{1}{2!}X_{0,t}^2 & \dots & \frac{1}{m!}X_{0,t}^m \\ 0 & 1 & X_{0,t} & \dots & \frac{1}{(m-1)!}X_{0,t}^{m-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix} = e^{\lambda X_{0,t}} P_{J_\lambda}(X_{0,t}).$$

Поскольку $X_{0,t} \to +\infty$ при $t \to +\infty$, то для асимптотической устойчивости необходимо и достаточно, чтобы выполнялось равенство

$$\lim_{t \to +\infty} \|e^{\lambda t} P_{J_\lambda}(t)\| = 0$$

для любого собственного значения λ матрицы A. Требуемое утверждение вытекает из известного критерия асимптотической устойчивости (случай $X_t = t$). □

Теорема 2.6. *Предположим,* $\lim\limits_{t\to\infty} X_t = +\infty$. *Тогда нулевое решение задачи* (1) *устойчиво по Ляпунову, если и только если действительные части всех собственных значений матрицы A неположительны и все жордановы клетки, соответствующие чисто мнимым собственным значениям A, имеют размер* 1.

Доказательство. Исходя из доказательства предыдущей теоремы, достаточно рассмотреть случай клетки Жордана J_λ, соответствующей собственному значению λ матрицы A, для которого $\operatorname{Re}\lambda = 0$. Обозначим через m размер клетки Жордана J_λ.

Если $m > 1$, то $\|P_{J_\lambda}(t)\| \to +\infty$ при $t \to +\infty$, поэтому вне зависимости от $\|\xi\|$ норма отклонения будет стремиться к $+\infty$ при $t \to +\infty$ и в этом случае нулевое решение не будет устойчивым по Ляпунову. Если $m = 1$, то $\|P_{J_\lambda}(t)\|$ константна для любого $t \geqslant 0$, поэтому

$$\lim_{\|\xi\|\to 0} \sup_{t\geqslant 0} \|\exp(J_\lambda X_{0,t}) P_{J_\lambda}(X_{0,t})\xi\| = 0.$$ □

3. Исследование устойчивости линейных стохастических систем

Пусть $X_t, t \geqslant 0$, – одномерный случайный процесс, определенный на некотором вероятностном пространстве $(\Omega, \mathcal{F}, P)$, имеющий п. н. α-гельдеровские траектории. Аналогично определим грубую траекторию $\mathbf{X} = (X, \mathbb{X})$ над процессом X. Не нарушая общности, будем предполагать, что $X_0 = 0$ п. н.

Определение 3.1. Решением стохастического уравнения (3) будем называть случайный процесс (Y_t, Y_t') на вероятностном пространстве $(\Omega, \mathcal{F}, P)$, такой что для почти всех $\omega \in \Omega$ элемент $(Y_t(\omega), Y_t'(\omega))$ является решением детерминированного уравнения $dY_t(\omega) = AY_t(\omega)d\mathbf{X}_t(\omega)$. Решение стохастического уравнения (3) называется единственным, если для любых решений (Y_t, Y_t'), (Z_t, Z_t') выполняется $P(Y_t = Z_t \ \forall t \geqslant 0) = 1$.

Из предложения 2.2 вытекает, что для любой случайной величины $\xi : \Omega \to \mathbb{R}^n$ стохастическое уравнение (3) с начальным условием $Y_0 = \xi$ имеет единственное решение.

Определение 3.2. Нулевое решение стохастического уравнения (3) *устойчиво по вероятности*, если для любых $\varepsilon_1, \varepsilon_2 > 0$ существует $\delta = \delta(\varepsilon_1, \varepsilon_2) > 0$, такое что для любой случайной величины $\xi : \Omega \to \mathbb{R}^n$, $\|\xi\| \leqslant \delta$ п. н., выполняется неравенство

$$P\left(\sup_{t\geqslant 0} \|Y_t\| \geqslant \varepsilon_1\right) \leqslant \varepsilon_2.$$

Определение 3.3. Нулевое решение стохастического уравнения (3) *асимптотически устойчиво по вероятности*, если оно устойчиво по вероятности и существует $\Delta > 0$, такое что для любой случайной величины $\xi : \Omega \to \mathbb{R}^n$, $\|\xi\| \leqslant \Delta$ п. н., имеет место сходимость по вероятности

$$Y_t \underset{t\to+\infty}{\xrightarrow{P}} 0.$$

Теорема 3.4. *Пусть* $X_t \underset{t\to+\infty}{\to} +\infty$ *п. н. и для любого* $T > 0$ *величина*

$$\mathbb{E}\left(\sup_{t\in[0,T]} |X_t|\right)$$

конечна. Тогда для устойчивости (соответственно асимптотической устойчивости) по вероятности нулевого решения стохастического уравнения (3) *достаточно, чтобы нулевое решение системы* $dY_t = AY_t dt$ *являлось устойчивым (соответственно асимптотически устойчивым) при* $t \geqslant 0$.

Доказательство. Предположим, что нулевое решение системы $dY_t = AY_t dt$ устойчиво при $t \geqslant 0$. Не нарушая общности, будем считать, что матрица A совпадает со своей матрицей Жордана J, которая в свою очередь состоит из одной клетки J_λ. Возьмем произвольные $\varepsilon_1, \varepsilon_2 > 0$. Покажем, что существует $\delta = \delta(\varepsilon_1, \varepsilon_2) > 0$, такое что для любой случайной величины $\xi : \Omega \to \mathbb{R}^n$, $\|\xi\| \leqslant \delta$ п. н., выполняется неравенство

$$P\left(\sup_{t\geqslant 0} \|Y_t\| \geqslant \varepsilon_1\right) \leqslant \varepsilon_2.$$

Поскольку $X_t \underset{t\to+\infty}{\to} +\infty$ п. н., то существует $\tau = \tau(\varepsilon_2)$, такое что

$$P(X_t \geqslant 0 \ \forall t \geqslant \tau) \geqslant 1 - \varepsilon_2/2.$$

Так как величина

$$\mathbb{E}\left(\sup_{t\in[0,\tau]} |X_t|\right)$$

конечна, то по неравенству Чебышева найдется постоянная $M = M(\tau, \varepsilon_2)$, такая что

$$P(|X_t| \leqslant M \ \forall t \in [0,\tau]) \geqslant 1 - \varepsilon_2/2.$$

Так как нулевое решение системы $dY_t = AY_t dt$ устойчиво по Ляпунову, то найдется постоянная C, такая что

$$\sup_{t\geqslant -M} \|e^{\lambda t} P_{J_\lambda}(t)\| \leqslant C.$$

Положим $\delta = \frac{\varepsilon_1}{2C}$, $\|\xi\| \leqslant \delta$ п. н. Имеем

$$P\left(\sup_{t\geqslant 0}\|Y_t\| \geqslant \varepsilon_1\right) = P\left(\sup_{t\geqslant 0}\|e^{\lambda X_{0,t}} P_{J_\lambda}(X_{0,t})\xi\| \geqslant \varepsilon_1\right) \leqslant$$

$$\leqslant P\left(\sup_{t\in[0,\tau]}\|e^{\lambda X_{0,t}} P_{J_\lambda}(X_{0,t})\xi\| \geqslant \varepsilon_1\right) + P\left(\sup_{t\geqslant \tau}\|e^{\lambda X_{0,t}} P_{J_\lambda}(X_{0,t})\xi\| \geqslant \varepsilon_1\right) \leqslant$$

$$\leqslant \frac{\varepsilon_2}{2} + P\left(\sup_{t\in[-M,M]}\|e^{\lambda t} P_{J_\lambda}(t)\xi\| \geqslant \varepsilon_1\right) + \frac{\varepsilon_2}{2} + P\left(\sup_{t\geqslant 0}\|e^{\lambda t} P_{J_\lambda}(t)\xi\| \geqslant \varepsilon_1\right) = \varepsilon_2.$$

Допустим, что нулевое решение системы $dY_t = AY_t dt$ асимптотически устойчиво при $t \geqslant 0$. Аналогично будем считать, что матрица A совпадает со своей матрицей Жордана J, которая в свою очередь состоит из одной клетки J_λ. Возьмем произвольные ε_1, $\varepsilon_2 > 0$. Требуется доказать, что существует $\Delta > 0$ и $\tau_1 = \tau_1(\varepsilon_1, \varepsilon_2) > 0$, такие что любой случайной величины $\xi : \Omega \to \mathbb{R}^n$, $\|\xi\| \leqslant \Delta$ п. н., выполняется неравенство

$$P(\|Y_t\| \leqslant \varepsilon_1 \ \forall t \geqslant \tau_1) \geqslant 1 - \varepsilon_2.$$

Так как

$$\lim_{t\to+\infty} \|e^{\lambda t} P_{J_\lambda}(t)\| = 0,$$

то существует τ_2, что

$$\sup_{t\geqslant \tau_2} \|e^{\lambda t} P_{J_\lambda}(t)\| \leqslant \frac{\varepsilon_1}{2}.$$

Поскольку $X_t \underset{t\to+\infty}{\to} +\infty$ п. н., то существует $\tau_1 > 0$, такое что

$$P(X_t \geqslant \tau_2 \ \forall t \geqslant \tau_1) \geqslant 1 - \varepsilon_2/2.$$

Возьмем $\Delta = 1$. Имеем

$$P\left(\sup_{t\geqslant\tau_1}\|Y_t\| \geqslant \varepsilon_1\right) = P\left(\sup_{t\geqslant\tau_1}\|e^{\lambda X_{0,t}} P_{J_\lambda}(X_{0,t})\xi\| \geqslant \varepsilon_1\right) \leqslant \frac{\varepsilon_2}{2} + P\left(\sup_{t\geqslant\tau_2}\|e^{\lambda t} P_{J_\lambda}(t)\xi\| \geqslant \varepsilon_1\right) = \frac{\varepsilon_2}{2},$$

что и требовалось доказать.

□

Пример 3.5. Пусть B_t^H – одномерное дробное броуновское движение с показателем Харста $H \in (\frac{1}{3}, \frac{1}{2})$. Рассмотрим систему линейных стохастических уравнений

$$\begin{cases} dy_1 = y_2 dt + y_2 dB_t^H, \\ dy_2 = -y_1 dt - y_1 dB_t^H. \end{cases} \tag{6}$$

Положим $X_t = t + B_t^H$, тогда

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Как показано в [5] для любого $T > 0$ величина

$$\mathbb{E}\left(\sup_{t\in[0,T]}|X_t|\right),$$

конечна, а из [9] следует, что $X_t \underset{t\to+\infty}{\to} +\infty$ п. н. Согласно [4, с. 55] для любого $\beta \in (0,H)$ траектории процесса X_t п. н. непрерывны по Гельдеру с показателем β. Следовательно, по теореме 3.4 нулевое решение системы (6) устойчиво по вероятности.

Благодарность. Авторы благодарят рецензентов за замечания, позволившие существенно улучшить содержание статьи.

Литература

1. *Lyons T.* Differential equations driven by rough signals // Rev. Mat. Iberoamericana. 1998. Vol. 14, N 2. P. 215–310.

2. *Gubinelli M.* Controlling rough paths // J. of Funct. Anal. 2004. Vol. 216, N 1. P. 86–140.

3. *Friz P., Hairer M.* A Course on Rough Paths with an Introduction to Regularity Structures. Cham: Springer International Publishing AG, 2020.

4. *Леваков А. А., Васьковский М. М.* Стохастические дифференциальные уравнения и включения. Минск: БГУ, 2019.

5. *Васьковский М. М.* Устойчивость решений стохастических дифференциальных уравнений, слабо управляемых грубыми траекториями с произвольным положительным показателем Гельдера // Дифференц. уравнения. 2021. Т. 57, № 11. С. 1443–1449.

6. *Duc L. H., Hong P. T., Cong N. D.* Stability criteria for rough systems // SIAM Journal on Control and Optimization. 2026. Vol. 64, N 2. P. 645–672.

7. *Lyons T., Victoir N.* An extension theorem to rough paths // Annales de l'Institut Henri Poincare – Analyse Non Lineaire. 2007. Vol. 24. P. 835–847.

8. *Lyons T., Caruana M., Levy T.* Differential Equations Driven by Rough Paths: Lecture Notes in Mathematics (Book 1908). Berlin; Heidelberg: Springer, 2007.

9. *Monrad D., Rootzen H.* Small values of Gaussian processes and functional laws of the iterated logarithm // Probab. Theory Relat. Fields. 1995. Vol. 101. P. 173–192.

References

1. Lyons T. Differential equations driven by rough signals. *Rev. Mat. Iberoamericana*, 1998, vol. 14, no. 2, pp. 215–310.

2. Gubinelli M. Controlling rough paths. *J. of Funct. Anal.*, 2004, vol. 216, no. 1, pp. 86–140.

3. Friz P., Hairer M. *A Course on Rough Paths with an Introduction to Regularity Structures*. Cham, Springer International Publishing AG, 2020.

4. Levakov A. A., Vas'kovskii M. M. *Stochastic Differential Equations and Inclusions*. Minsk, BSU, 2019 (in Russian).

5. Vas'kovskii M. M. Stability of solutions of stochastic differential equations weakly controlled by rough paths with arbitrary positive holder exponent. *Differential Equations*, 2021, vol. 57, no. 11, pp. 1419–1425.

6. Duc L. H., Hong P. T., Cong N. D. Stability criteria for rough systems. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 2026, vol. 64, no. 2, pp. 645–672.

7. Lyons T., Victoir N. An extension theorem to rough paths. *Annales de l'Institut Henri Poincare – Analyse Non Lineaire*, 2007, vol. 24, pp. 835–847.

8. Lyons T., Caruana M., Levy T. *Differential Equations Driven by Rough Paths: Lecture Notes in Mathematics (Book 1908)*. Berlin, Heidelberg, Springer, 2007.

9. Monrad D., Rootzen H. Small values of Gaussian processes and functional laws of the iterated logarithm. *Probab. Theory Relat. Fields*, 1995, vol. 101, pp. 173–192.